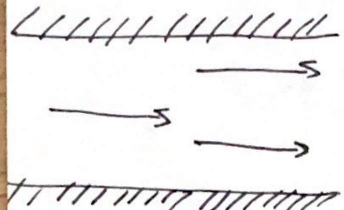
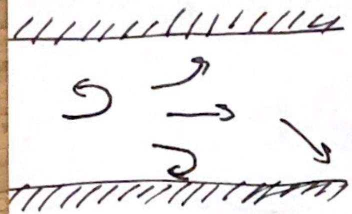
Теч-е Пуайзеля

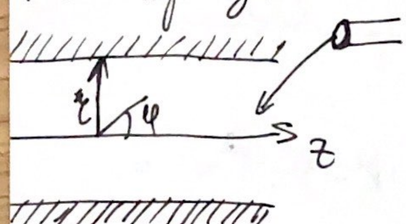


ламинарное теч-е - ск-ть напр-на || оси трубы



турбулентное теч-е - на осн. движ-е || оси трубы наклад-ся хаотич-е движ-е в других напр-ях

Теч-е Пуайзеля - ламинарное теч-е в трубе круглого сечения



плоское теч-е - ламин-е $V_z(r, \varphi, z)$, $V_r = 0$, $V_\varphi = 0$

Внешних сил нет

Стац-е теч-е $\frac{\partial \cdot}{\partial t} = 0$

$$\rho \frac{dV}{dt} + \operatorname{grad} p = \mu \Delta \vec{V} + \left(3 + \frac{\mu}{3}\right) \operatorname{grad} \operatorname{div} V;$$

если жидкость несжим-ма $\operatorname{div} V = 0$

$$V_z(r, \varphi, z); \quad \frac{dV}{dt} = \overset{=0}{\frac{\partial V}{\partial t}} + (V, \nabla) V \Rightarrow \operatorname{grad} p = \mu \Delta V$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = 0, \quad V_r = V_\varphi = 0, \quad V_z(r, \varphi, z) \Rightarrow V_z(r, \varphi); \quad \operatorname{grad} p = \left\{ \frac{\partial p}{\partial r}, \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi}, \frac{\partial p}{\partial z} \right\}$$

$$\Delta V = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(r \cdot \frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2}\right)$$

→ п.ч. зависит от r и φ

→ л.ч. зависит от

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0 \Rightarrow p(z)$$

p зависит только от z

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = \text{const}; \quad \mu\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2}\right) = \text{const}$$

Рассм. осесим-ное теч-е $\Rightarrow v_z(r,\varphi) \to v_z(r)$

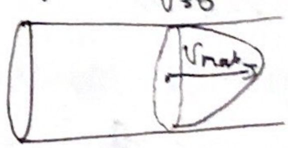
Ск-ть зав-т только от $r \Rightarrow \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right)=\frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}$ $(\cdot r)$

$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right)=\frac{r}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}$; Интегрируем: $r\frac{dv}{dr}=\frac{1}{2\mu}\cdot\frac{\partial p}{\partial z}r^2+A$

$\frac{dv}{dr}=\frac{1}{2\mu}\cdot\frac{\partial p}{\partial z}r+A\frac{1}{r} \Rightarrow v=\frac{1}{4\mu}\frac{\partial p}{\partial z}r^2+A\ln r+B$. Если $r\to 0$, $\ln r\to-\infty \Rightarrow$

$\Rightarrow A=0$. При $r=R \Rightarrow 0=\frac{1}{4\mu}\cdot\frac{\partial p}{\partial z}R^2+B \Rightarrow B=-\frac{1}{4\mu}\frac{\partial p}{\partial z}R^2$

$\Rightarrow v=\frac{1}{4\mu}\cdot\frac{\partial p}{\partial z}(r^2-R^2)$; $v=\frac{\Delta p}{4\mu l}(r^2-R^2)$



$v_0 (v_{max})=-\frac{\Delta p}{4\mu l}R^2$ на оси трубки; $\bar{v}=\frac{v_0}{2}$

$Q=\int_0^R v2\pi r\,dr=2\pi\int_0^R-\frac{\Delta p}{4\mu l}(R^2-r^2)r\,dr=\pi\int_0^R\frac{\Delta p}{4\mu l}(R^2-r^2)d(R^2-r^2)=$

$=\frac{\pi\Delta p}{8\mu l}(R^2-r^2)^2\Big|_0^R=-\frac{\pi\Delta p}{8\mu l}R^4$; $\Delta p=-\frac{8\mu l Q}{\pi R^4}$ — з-н Хагена-Пуазейля

изменение давл-е прямо пропорц. потоку протек-ей жидкости и длине трубки и обратно пропорц. 4-й степени радиуса трубки

$\Delta p=-\frac{8\pi\mu l Q}{S^2}$, S-площадь попереч. сеч-я трубки. $\Delta p=-\frac{8\pi\mu l v}{S}$;

$\tau_{rz}=\mu\left(\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{\partial v_r}{\partial z}\right)=\mu\left(\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)=\mu\left(-\frac{\Delta p}{4\mu l}(-2r)\right)=\frac{\Delta p r}{2l}\Big|_{r=R}=\frac{\Delta p R}{2l}$

Спр-во только для ламин-го теч-я. Для турб-го теч-я завис-ти не работают

Возможно прим-ие з-н Х-П как критерий турб-го : ламин-го теч-я

Пок-но, что если число $Re=\frac{vR\rho}{\mu}=\frac{vR}{\frac{\mu}{\rho}}=\frac{vR}{\nu}$ мало (ν-кинем. вяз-ть), то теч-е ламин-е. Если Re-большое, теч-е — турб-ое. $R<1000$ — маленькое $\Rightarrow$ Лам.Т. $R>1000 \Rightarrow$ турб-ое. $Re_{критич.}=1000$ (из опыта); $Re=\frac{vR}{\nu}$. $\nu=0{,}018\ \frac{см^2}{с}$;

$d_{трубки}=1$ см; $R=0{,}5$ см, $Re=1000$; $v=\frac{\nu Re}{R}=36\ \frac{см}{с}$; если $v<36\ \frac{см}{с} \Rightarrow$ ламин-ое

$v>36\ \frac{см}{с} \Rightarrow$ турб-ое